

中学校 数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例 ※1

| 受験番号 | | | | |
|------|---|---|---|----|
| 1 | 9 | 8 | 3 | 75 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ● | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | ● | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | ● |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | ● |
| 8 | 8 | ● | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

解答についての注意点

- 解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の2種類があります。
- 大問①～大問③については、マーク式解答用紙に、大問④については、記述式解答用紙に記入してください。
- 解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2
- 大問①～大問③については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

- 解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違えてマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。
- 問題の文中の「ア」、「イウ」などには、特に指示のないかぎり、符号(一、±)、数字(0～9)、又は文字(a～e)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。

例 「アイウ」に $-7a$ と答えたいとき

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | ● | + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | a | b | c | d | e |
| イ | + | + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ● | 8 | 9 | a | b | c | d | e |
| ウ | + | + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | ● | b | c | d | e |

記述式解答用紙
受験番号記入例 ※2

| | |
|------|--------|
| 受験番号 | 198375 |
|------|--------|

なお、同一の問題文中に「ア」、「イウ」などが2度以上現れる場合、2度目以降は、「ア」、「イウ」のように細枠で表記します。

- 分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また、必要に応じて、指定された桁まで①にマークしてください。

例えば、「キ」.「クケ」に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

- 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 、 $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ 、 $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

- 比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1:3 と答えるところを、2:6 のように答えてはいけません。

- その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

I

(1) $AB=5, BC=6, \angle ABC=60^\circ$ の $\triangle ABC$ において、

辺 BC の 3 等分点を B に近い方から D, E とおく。

(ア) $AD = \sqrt{\text{アイ}}$ であり、 $\triangle ABD$ の外接円の半径は、 $\frac{\sqrt{\text{ウエ}}}{\text{オ}}$ である。

(イ) $\triangle ABC$ の辺 AC を $2:3$ に内分する点を P とおき、線分 BP と線分 AD の交点を Q 、

線分 BP と線分 AE の交点を R とおくと、 $AR = \frac{\sqrt{\text{カキ}}}{\text{ク}}$ であり、

$BQ:QR:RP = \text{ケコ} : \text{サ} : \text{シ}$ である。

(2) 3 点 $A(1, 1), B(-3, -7), C(5, -1)$ がある。

このとき、 AB, BC の垂直二等分線の方程式は、

それぞれ $y = -\frac{\text{ス}}{\text{セ}}x - \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ 、 $y = -\frac{\text{チ}}{\text{ツ}}x - \frac{\text{テ}}{\text{ト}}$ である。

よって、3 点 A, B, C を通る円 O の方程式は、

$(x - \text{ナ})^2 + (y + \text{ニ})^2 = \text{ヌネ}$ となる。

また、2 点 A, B における円 O の接線の交点を D とすると、

点 D の座標は $(\text{ノハ}, \text{ヒ})$ であり、 $\triangle ABD$ の面積は フヘ である。

2

(1) 1 から 10 までの自然数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。

2 枚のカードを同時に取り出すとき、取り出した 2 枚のカードの自然数の和が 5 の倍数となる確率は、 $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(2) a を定数とする。放物線 $y = -x^2 + (a+2)x - a - 4$ が x 軸と 2 点で交わり、

かつ直線 $y = x + 5$ と共有点をもたないような整数 a は、 $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。

(3) $x + y + z = 8$ ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) を満たす整数 x, y, z の組 (x, y, z) は、

全部で $\boxed{\text{エオ}}$ 組存在する。

(4) 自然数 n が n 回ずつ続く、次のような数列がある。

1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, …

自然数 24 が初めて現れるのは第 $\boxed{\text{カキク}}$ 項で、第 2024 項は自然数 $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

(5) a を定数とする。3 次方程式 $x^3 - (a+6)x^2 + (16+6a)x - 16a = 0$ の 1 つの解が

$\sqrt{5}$ であるとき、 a の値は $a = \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ であり、他の解は $x = \boxed{\text{シ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ス}}}i$ である。

(6) $x = 4^{10}, y = 9^3, z = 5^2$ とするとき、 xyz は $\boxed{\text{セソ}}$ 桁の整数である。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(7) 平面上に 3 点 O, A, B があり、 $OA = 7, OB = 8, AB = 9$ となっている。

正の実数 t に対して、動点 P を $\overrightarrow{OP} = t \overrightarrow{OA} + \frac{1}{t} \overrightarrow{OB}$ となる点としたとき、 \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} の

内積は $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{\text{タチ}}$ であり、線分 OP の長さの最小値は $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

(8) 2つの放物線 $C_1: y = -x^2$, $C_2: y = x^2 - 2x + 13$ がある。

放物線 C_1 , C_2 の共通接線 l , m の方程式は,

それぞれ $y = \boxed{\text{ト}}x + \boxed{\text{ナ}}$, $y = \boxed{\text{ニヌ}}x + \boxed{\text{ネ}}$ となる。

また, l , m と C_1 で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

3

図1のように、2点A, Bは関数 $y = ax^2$ (a は定数)のグラフ上の点であり、
 点Cは直線 $y = 6$ と y 軸との交点である。点Aの座標は $(3, 3)$ で、点Bを中心とする円は
 直線 $y = 6$ と y 軸に接し、点Bの x 座標は点Aの x 座標よりも大きいものとする。

- (1) a の値は、 $a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。
- (2) 点Bの座標は、 $(\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エオ}})$ である。
- (3) 直線ABの式は、 $y = \boxed{\text{カ}}x - \boxed{\text{キ}}$ である。
- (4) 直線OBに平行で、点Aを通る直線の式は、
 $y = \boxed{\text{ク}}x - \boxed{\text{ケ}}$ である。

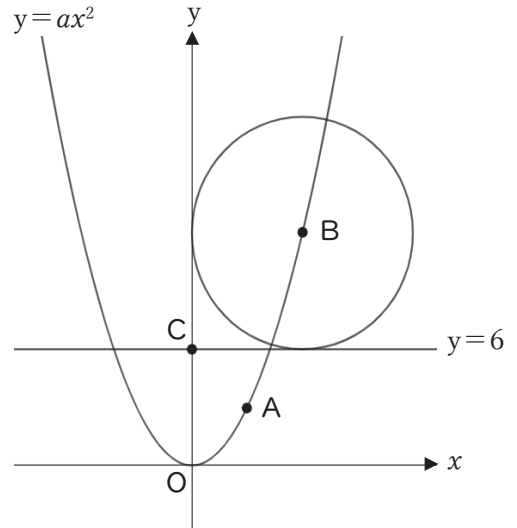


図1

- (5) 点Bを通り四角形OABCの面積を2等分
 する直線の式は、 $y = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}x + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

図2のように、図1に加えて新たに $P(p, 0)$ をとる。ただし、 $p < 0$ とする。

四角形OABCを y 軸の周りに1回転させたときにできる立体を V_1 、 $\triangle OPC$ を y 軸の周りに1回転
 させたときにできる立体を V_2 とする。

- (6) 円周率を π とすると、
 V_1 の体積は $\boxed{\text{センタ}} \pi$ である。
- (7) V_1 と V_2 の体積比が $1:2$ となるとき、
 $p = \boxed{\text{チツ}} \sqrt{\boxed{\text{テト}}}$ である。

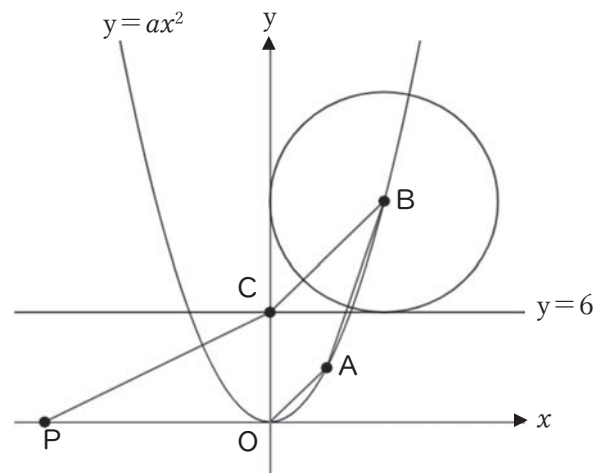


図2

4

図 1 のように、線分 AB を直径とした円 O がある。

点 B における円 O の接線上に点 B とは異なる点 C をとり、点 C から接線 BC と異なる接線をひき、円 O との接点を D とする。

また、線分 OC と線分 BD との交点を E、線分 OC と円 O との交点を F とする。

AB = 8 cm , CD = 6 cm であるとき、次の問いに答えなさい。

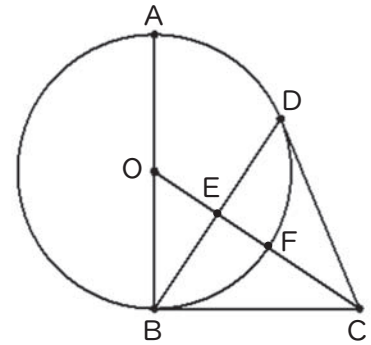


図 1

(1) 線分 OC の長さを求めなさい。

(2) 線分 BD の長さを求めなさい。

(3) $\triangle EBO \sim \triangle ECD$ を示しなさい。

(4) 線分 EF の長さを求めなさい。

(5) 図 2 のように、直線 BC と直線 OD の交点を G とするとき、線分 GB の長さを求めなさい。

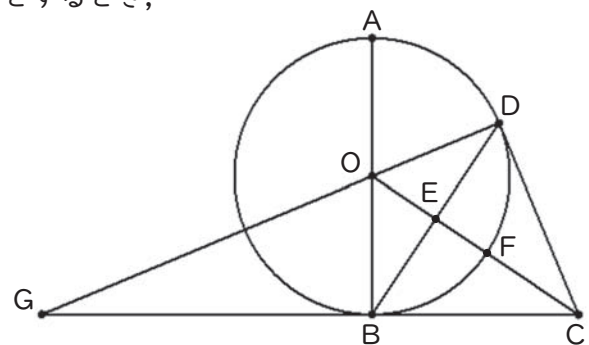


図 2

