

中学校 数学

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

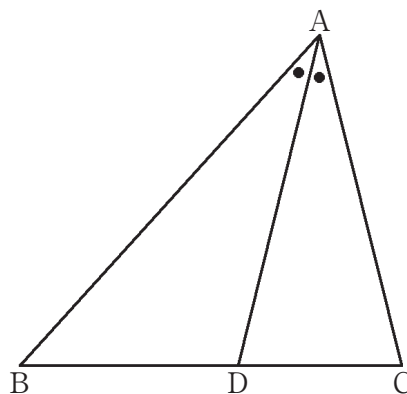
1 次の (1) ～ (3) の問いに答えよ。

(1) a を実数とする。 x についての 2 つの不等式 $x^2 - (a + 2)x + 2a < 0$, $2x^2 - x - 3 > 0$ を同時に満たす整数がただ 1 つ存在するような定数 a の値の範囲を求めよ。

(2) A の箱には赤玉 2 個, 白玉 4 個が入っている。B の箱には赤玉 3 個, 白玉 4 個が入っている。C の箱には赤玉 4 個, 白玉 4 個が入っている。無作為に 1 つの箱を選び, 玉を 1 つ取り出す。取り出した玉が赤玉であるときに, それが箱 A から取り出された確率を求めよ。ただし, どの箱を選ぶか, どの玉を選ぶかは同様に確からしいとする。

(3) 点 $(3, -4, 5)$ の平面 $x + 2y + z - 10 = 0$ に関する対称点の座標を求めよ。

2 右図のように, $\triangle ABC$ において, $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とする。次の (1), (2) の問いに答えよ。



(1) $AB : AC = BD : DC$ が成り立つことを証明せよ。

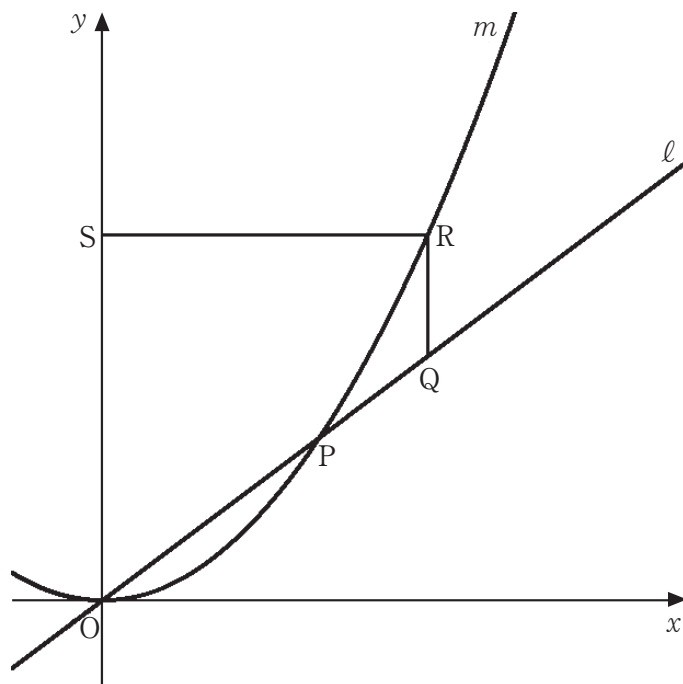
(2) $AB = 16$, $BC = 14$, $CA = 12$ とするとき, 次の (ア) ～ (ウ) の問いに答えよ。

(ア) CD の長さを求めよ。

(イ) 点 A から BC へ下ろした垂線と BC との交点を H とするとき, AH の長さを求めよ。

(ウ) $\triangle ABC$ の外接円と AD の延長線との交点のうち, A でない交点を P とするときの $\triangle ABP$ の面積を求めよ。

- 3 下の図において、 ℓ は $y = \frac{3}{4}x$ のグラフを、 m は $y = \frac{1}{8}x^2$ のグラフを表す。点 P は ℓ と m との交点であり、 x 座標は正の値である。点 Q は ℓ 上の点で、 x 座標は正の値である。点 R は Q を通り y 軸に平行な直線と m との交点であり、R の y 座標は Q の y 座標より大きい。点 S は R を通り、 x 軸に平行な直線と y 軸との交点である。また、点 O は原点である。このとき、次の (1) ～ (3) の問いに答えよ。



- (1) 交点 P の座標を求めよ。
- (2) 点 Q の x 座標を k とするとき、台形 OQRS の面積を k を使って表せ。
- (3) 台形 OQRS の面積が $\triangle PQR$ の面積の 20 倍 になるときの点 R の座標を求めよ。

- 4 あなたは、中学校第1学年を担当し、「方程式の利用」を指導している。次のような問題を指導する際、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

[問 題]

妹が1 km 離れた駅へ向かって、分速60 m で歩いて家を出発しました。それから12分後に、兄が妹の忘れ物に気づき、同じ道を自転車に乗って、分速240 m で妹を追いかけてきました。

兄が妹に追いついたのは、家から何 m のところですか。

- (1) この問題について、AさんとBさんの2人の生徒が次のような異なる方程式を立てて、正解を導いていく方法を発表した。AさんとBさんが立てた方程式の考え方や解法の違いについて、AさんとBさんが立てた方程式を比較しながら述べよ。

Aさん

$$60(12 + x) = 240x$$

Bさん

$$\frac{x}{60} = 12 + \frac{x}{240}$$

- (2) 次に、この問題において、もし、妹が出発してから13分後に、兄が自転車で妹を追いかけたとしたらどうなるかを考えさせた。その際、(1)のAさんが立てた方程式の考え方を使って、解法の過程及び方程式を利用して問題を解く際に留意すべきこと(生徒に理解させるべきポイント)を示した板書例をかけ。