受験番号	

平成28年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（８枚のうち１）

$\boxed{1}$

得点	

（１）	$x^2-(a+2)x+2a<0$ を解くと　$(x-a)(x-2)<0$ から $\left.\begin{array}{ll} a<2 \text{ のとき} & a<x<2 \\ a=2 \text{ のとき} & \text{解なし} \\ a>2 \text{ のとき} & 2<x<a \end{array}\right\}$……① $2x^2-x-3>0$ を解くと　$(2x-3)(x+1)>0$ から $x<-1,\ \dfrac{3}{2}<x$　……② ①，②を同時に満たす整数がただ 1 つ存在するのは $a<2$ または $a>2$ のときである。 （ⅰ）$a<2$ のときただ 1 つの整数 x は　$x=-2$　よって　$-3\leqq a<-2$ （ⅱ）$a>2$ のときただ 1 つの整数 x は　$x=3$　よって　$3<a\leqq 4$ （ⅰ）（ⅱ）より　求める a の値の範囲は　$-3\leqq a<-2$，$3<a\leqq 4$
（２）	箱 A，B，C を選ぶという事象をそれぞれ A，B，C とし，赤玉を取り出すという事象を R とする。 $P(R)=P(A\cap R)+P(B\cap R)+P(C\cap R)$ $=P(A)P_A(R)+P(B)P_B(R)+P(C)P_C(R)$ $=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{2}{6}+\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3}{7}+\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{4}{8}=\dfrac{53}{126}$ $P(A\cap R)=P(A)P_A(R)=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{9}$ よって，求める確率は　$P_R(A)=\dfrac{P(A\cap R)}{P(R)}=\dfrac{1}{9}\div\dfrac{53}{126}=\dfrac{14}{53}$

受験番号	

平成２８年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（８枚のうち２）

1　（続き）

（３）	平面に垂直なベクトルの一つは（1，2，1）であるから 対称点の座標は（$3+t$，$-4+2t$，$5+t$）とおける。 中点が平面上にあるので, $\dfrac{3+(3+t)}{2}+2\cdot\dfrac{-4+(-4+2t)}{2}+\dfrac{5+(5+t)}{2}-10=0$ これより，$t=\dfrac{10}{3}$　　よって　対称点の座標は（$\dfrac{19}{3}$，$\dfrac{8}{3}$，$\dfrac{25}{3}$）

受験番号	

平成28年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（８枚のうち３）

2

得点	

（１）	点Cを通りADに平行な直線とBAを延長した直線との交点をEとする。 AD//ECより ∠AEC＝∠BAD(平行線の同位角) ∠DAC＝∠ACE(平行線の錯角) また，仮定より ∠BAD＝∠DACなので， ∠AEC＝∠ACEとなり， △AECは，AE＝ACの二等辺三角形となる・・・① ところで，△BCEにおいて，AD//ECから BA：AE＝BD：DC ①　よりBA：AC＝BD：DC よってAB：AC＝BD：DC

（２）

（ア）	$CD = x$ とすると (1)より　$16:12 = (14 - x):x$ $x = 6$ $CD = 6$

受験番号	

平成28年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（８枚のうち４）

2　（続き）

（２）

（イ）	$\mathrm{CH}=y$ とすると 三平方の定理より $\mathrm{AH}^2=\mathrm{AC}^2-\mathrm{CH}^2=\mathrm{AB}^2-\mathrm{BH}^2$ なので $12^2-y^2=16^2-(14-y)^2$ $y=3$ $\mathrm{AH}^2=12^2-3^2$ となるから $\mathrm{AH}=\pm 3\sqrt{15}$ $\mathrm{AH}>0$ より $\mathrm{AH}=3\sqrt{15}$
（ウ）	（ア），（イ）より△ADC の面積は， $6\times 3\sqrt{15}\div 2=9\sqrt{15}$ となる。 また，$\mathrm{DH}=\mathrm{CH}=3, \mathrm{AH}\perp\mathrm{CD}$ より △ADC は，$\mathrm{AD}=\mathrm{AC}$ の二等辺三角形といえる・・・（＊） ところで，△ADC と△ABP において， $\angle\mathrm{DAC}=\angle\mathrm{BAP}$ （仮定） $\angle\mathrm{ACD}=\angle\mathrm{APB}$（弧 AB の円周角） ２組の角がそれぞれ等しいから $\triangle\mathrm{ADC}\backsim\triangle\mathrm{ABP}$ また，２つの三角形の面積比は，相似比の２乗の比に等しいから △ABP の面積を S とすると， $\mathrm{AD}^2:\mathrm{AB}^2=9\sqrt{15}:S$ （＊）より　$\mathrm{AC}^2:\mathrm{AB}^2=9\sqrt{15}:S$ $12^2:16^2=9\sqrt{15}:S$ よって　$S=16\sqrt{15}$

受験番号	

平成28年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（８枚のうち５）

3

得点	

（１）	点Ｐはℓとｍの交点より， $\frac{1}{8}x^2=\frac{3}{4}x$　で，　$x=0, x=6$ となる。 $x=0$ は題意に不適より，点Ｐの x 座標は６となる。 よって　Ｐの座標は，$\mathrm{P}(6,\ \frac{9}{2})$
（２）	$\mathrm{Q}\left(k, \frac{3}{4}k\right)$，$\mathrm{R}\left(k, \frac{1}{8}k^2\right)$，$\mathrm{S}\left(0, \frac{1}{8}k^2\right)$　より $\mathrm{OS}=\frac{1}{8}k^2$，$\mathrm{SR}=k$，$\mathrm{RQ}=-\frac{3}{4}k+\frac{1}{8}k^2$　となるので，求める面積は $\frac{1}{2}k(\frac{1}{8}k^2-\frac{3}{4}k+\frac{1}{8}k^2)$ $=\frac{1}{8}k^3-\frac{3}{8}k^2$

受験番号	

平成28年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（８枚のうち６）

３　（続き）

（３）	点 Q の x 座標を k とすると，台形 OQRS の面積が△PQR の面積の 20 倍になることから，次の式が成り立つ。 $\frac{1}{8}k^2(k-3)=20\times\frac{1}{2}(\frac{1}{8}k^2-\frac{3}{4}k)(k-6)$ 点 Q の x 座標は正より，k≠0 より，両辺 k で割ると， $\frac{1}{4}k(k-3)=20(\frac{1}{8}k-\frac{3}{4})(k-6)$　より，$2k^2-6k=20(k-6)^2$ となり， $9k^2-117k+360=0$ $k^2-13k+40=0$ $(k-5)(k-8)=0$ $k=5,\quad 8$ ⅰ）$k=5$のとき，R の y 座標は$\frac{25}{8}$，Q の y 座標は$\frac{15}{4}$より，R の y 座標は Q の y 座標より小さく題意に適さない。 ⅱ）$k=8$のとき，R の y 座標は 8，Q の y 座標は 6 より，R の y 座標は Q の y 座標より大きく題意に適する。 よって，R の座標は(8,8)となる。

受験番号	

平成28年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（８枚のうち７）

4

得点	

（１）	【方程式を構成している等しい関係にある（着目している）数量の違い】 ○Ａさんの方程式は，兄が妹に追いつくまでに，兄と妹が家から進んだ道のり（距離）が等しいことに着目して方程式を立てているが，Ｂさんの方程式は，妹が家を出発してから兄に追いつかれるまでの時間が等しいことに着目して方程式を立てている。 【xとしている数量の違い】 ○Ａさんの方程式は，兄が出発してから妹に追いつくまでの時間をx分としているが，Ｂさんの方程式は，兄が妹に追いついたのが家からxm のところとしている。 【解法の違い】 ○Ａさんの解法は，方程式の解xを求めた後も，答え（道のり）を求めるためにはさらに計算することが必要である。Ｂさんの解法は，方程式に分数があるが，求めた解xがそのまま答えになる。

受験番号	

平成28年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（８枚のうち８）

4　（続き）

（２）

兄が出発してから妹に追いつくまでの時間を x 分とすると

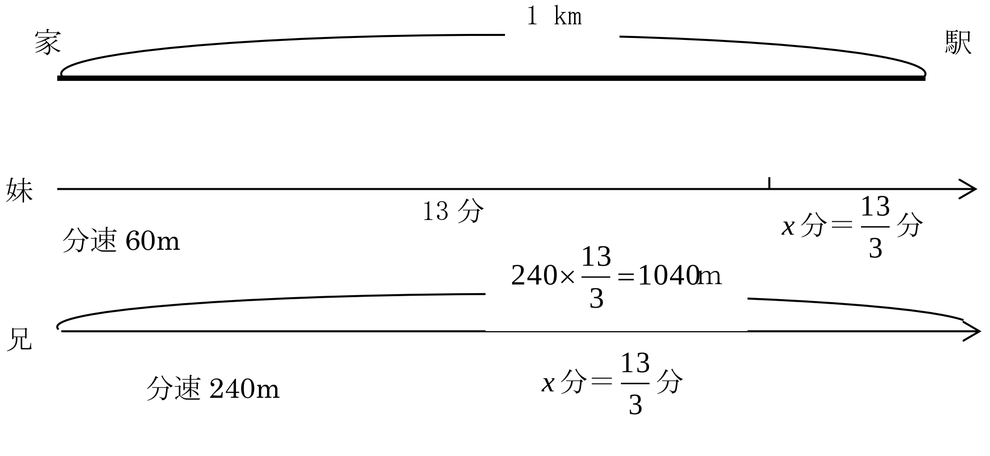
	分速	かかった時間（分）	進んだ道のり（m）
妹	60	$13+x$	$60(13+x)$
兄	240	x	$240x$

$$60(x+13)=240x$$

（略）

$$x=\frac{13}{3}$$

兄が進んだ道のりが　$240\times\frac{13}{3}=1040$　で，1040mとなる。



よって，家から駅までの道のり１ｋｍを超えているので，妹が出発してから13 分後に兄が妹を追いかけたら，駅までの途中で追いつけない。

＜ポイント＞
方程式を利用して問題を解く際，方程式の解が，その問題にあっているかどうかを調べる必要がある。