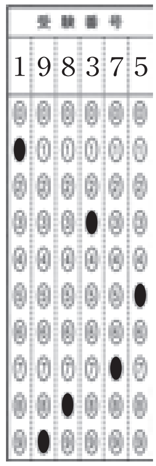
平成31年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例　※1



解答についての注意点

1　解答用紙は，マーク式解答用紙と記述式解答用紙の 2 種類があります。

2　大問 1 ～大問 3 については，マーク式解答用紙に，
大問 4 については，記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら，まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し，受験番号に対応する数字を，右の記入例に従って，鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は，全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

記述式解答用紙
受験番号記入例　※2

受験番号	1 9 8 3 7 5

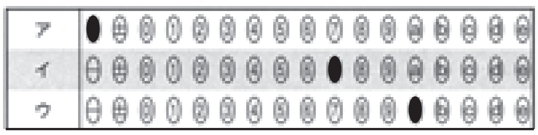
4　大問 1 ～大問 3 については，次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は，マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは，消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の ア , イウ などには，特に指示のないかぎり，符号（－，±），数字（0～9），又は文字（a～e）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークしてください。

例 アイウ に $-7a$ と答えたいとき



なお，同一の問題文中に ア , イウ などが2度以上現れる場合，2度目以降は， ア , イウ のように細字で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。
例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。
また，それ以上約分できない形で答えてください。
例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また，必要に応じて，指定された桁まで 0 にマークをしてください。
例えば，キ . クケ に 2.9 と答えたいときは，2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。
例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合，最も簡単な整数比で答えてください。
例えば，1：3 と答えるところを，2：6 のように答えてはいけません。

5　その他，係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$

x についての3次関数 $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2$ について考える。

(1) 関数 $f(x)$ は $x = \boxed{アイ}$ のとき，極大値 $\boxed{ウ}$ をとり，$x = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ のとき，

極小値 $\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{クケ}}$ をとる。また，関数 $f(x)$ の変曲点の x 座標は $\dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シ}}$ である。

(2) $y = f(x)$ の $x = 1$ における接線 l の方程式は $y = \boxed{ス}\,x - \boxed{セ}$

であり，$y = f(x)$ は $x = \dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$ において，接線 l と平行なもう一つの接線 m をもつ。

また，接線 l と $y = f(x)$ の共有点の x 座標は $\boxed{ツテ}$ と $\boxed{ト}$ であり，（$\boxed{ツテ} < \boxed{ト}$ とする。）

接線 l と $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積 S_1 は $\dfrac{\boxed{ナニ}}{\boxed{ヌ}}$ である。

さらに，$y = 3$ と $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を S_2 とおくと

$S_1 : S_2 = \boxed{ネノ} : \boxed{ハ}$ である。

$\boxed{2}$

(1)　x についての整式 $x^2-12x-864$ を因数分解すると，$(x+\boxed{\text{アイ}})(x-\boxed{\text{ウエ}})$ である。

(2)　$\tan\theta = 2$ のとき，$\left(\dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta}+\dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2=\boxed{\text{オカ}}$ である。

(3) 1 から 100 までの 100 個の整数の中から相異なる 3 個の整数 a，b，c を選ぶとき，$a+2b+c$ が偶数となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。ただし，どの整数を選ぶことも同様に確からしいものとする。

(4) 二進法で表すと 5 桁になり，五進法で表すと 2 桁になる自然数は全部で $\boxed{\text{サ}}$ 個ある。

また，それらの自然数を十進法で表したとき，それらの総和は $\boxed{\text{シスセ}}$ となる。

(5) 整式 $\mathrm{P}(x)$ を $x-3$ で割ると余りが -100，$x+5$ で割ると余りが 36 である。このとき，整式 $\mathrm{P}(x)$ を $x^2+2x-15$ で割った余りは $\boxed{\text{ソタチ}}\,x-\boxed{\text{ツテ}}$ である。

(6) 2つの直線 $y=3x+1$ と $y=-\dfrac{1}{3}x+2$ のなす角の二等分線のうち，傾きが正である直線の方程式は $y=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}x+\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(7) $b>0$ かつ $a<b<c$ を満たす3つの実数 a，b，c に対して，数列 a，b，c がこの順で等差数列をなし，数列 a^2，b^2，c^2 がこの順で等比数列をなすとき，等比数列 a^2，b^2，c^2 の公比は $\boxed{\text{ネ}}+\boxed{\text{ノ}}\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

(8) 平面図形に関する下の3つの文章について，次の $\boxed{\text{ヒ}}$，$\boxed{\text{フ}}$，$\boxed{\text{ヘ}}$ にあてはまるものを下の **1** ～ **4** のうちから一つずつ選べ。
ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

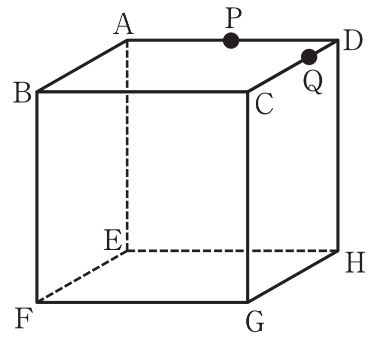
・△ABC が正三角形であることは△ABC の内心と重心が一致するための $\boxed{\text{ヒ}}$ 。

・四角形 ABCD について，四角形 ABCD が正方形であることは AB = BC = CD = DA であるための $\boxed{\text{フ}}$ 。

・n 角形 P について，P のすべての内角それぞれが 180° 未満であることは $n=4$ であるための $\boxed{\text{ヘ}}$ 。

1　必要条件であるが十分条件ではない
2　十分条件であるが必要条件ではない
3　必要十分条件である
4　必要条件でも十分条件でもない

$\boxed{3}$



右図のように，1辺が8 cmの立方体ABCD－EFGHがある。Pは辺ADの中点であり，Qは辺CD上を毎秒1 cmの速さでDからCまで動く点である。

今，QがDを出発して t 秒が経過した。

このとき，以下の問いに答えよ。

〔Ⅰ〕 $0 \leqq t \leqq 8$ のとき，次の条件にあてはまる t を求めよ。

(1) △PDQの周の長さが20 cmとなるのは，$t = \dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$ である。

(2) PQ + QGの値が最小となるのは，$t = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

(3) △PDQと△QCGの面積が等しくなるのは，$t = \dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$ である。

〔Ⅱ〕 $t = 4$ のとき，次の問いに答えよ。

(4) 線分PQの長さは，$\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}$ cmであり，線分QGの長さは，$\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}$ cmである。

(5) 4点P，Q，G，Eを通る平面Rで立方体ABCD－EFGHを切るとき，切り口の面積は $\boxed{スセ}$ cm^2 である。

(6) 辺DHを延長した直線が（5）の平面Rと交わる点をSとする。

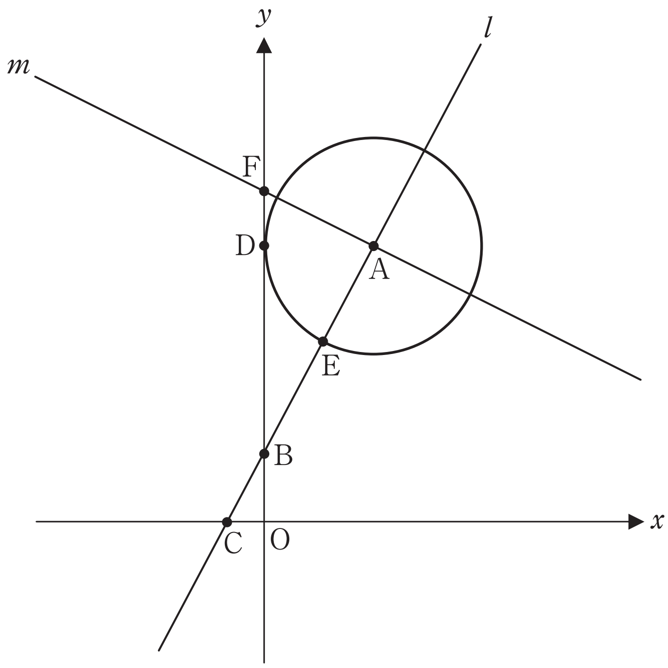
このとき，三角すいS－DPQの体積は，$\dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$ cm^3 である。

(7) （5）の平面Rで立方体ABCD－EFGHを切ってできる2つの立体のうち，点Bを含む立体の体積を S_1，点Hを含む立体の体積を S_2 とするとき，

$S_1 : S_2 = \boxed{ツテ} : \boxed{ト}$ である。

4

右図において，直線 l は点 A（5, 14）と点 B（0, 4）の 2 点を通る直線であり，直線 l と x 軸との交点を C とする。
円 A は y 軸に接する円であり，y 軸との接点を D とする。円 A と直線 l との交点のうち，x 座標の小さい方の交点を E とする。
直線 m は点 A で直線 l と垂直に交わる直線であり，直線 m と y 軸との交点を F とする。



(1) 点 E の座標を求めよ。

(2) 線分 AF の長さを求めよ。

(3) 面積比 △COB：△ADB：△FAB を最も簡単な整数比で表せ。

(4) 下の図において，円 G は 3 点 O，B，C を通る円であり，直線 n は円 A と円 G との共通接線の 1 つであり，点 P，点 Q はそれぞれ，直線 n と円 A，円 G との接点である。直線 n と直線 l との交点を I とするとき，IG：IA = $\sqrt{5}$：5 となることを証明せよ。