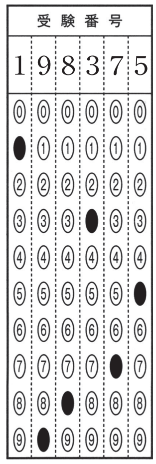
平成30年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例　※1



解答についての注意点

1　解答用紙は，マーク式解答用紙と記述式解答用紙の 2 種類があります。

2　大問 $\boxed{1}$ ～大問 $\boxed{3}$ については，マーク式解答用紙に，
大問 $\boxed{4}$ については，記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら，まずマーク式解答用紙に氏名を記入し，受験番号を右の記入例に従って，鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は，全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

4　大問 $\boxed{1}$ ～大問 $\boxed{3}$ については，次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

記述式解答用紙
受験番号記入例　※2

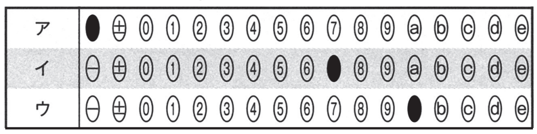
受験番号	*1 9 8 3 7 5*

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は，マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは，消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の $\boxed{ア}$, $\boxed{イウ}$ などには，特に指示のないかぎり，符号（－，±），数字（0～9），又は文字（a～e）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークしてください。

例 $\boxed{アイウ}$ に $-7a$ と答えたいとき



なお，同一の問題文中に $\boxed{ア}$, $\boxed{イウ}$ などが 2 度以上現れる場合，2 度目以降は, $\boxed{ア}$, $\boxed{イウ}$ のように細字で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。
例えば, $\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは, $\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。
また，それ以上約分できない形で答えてください。
例えば, $\dfrac{3}{4}$, $\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを, $\dfrac{6}{8}$, $\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また，必要に応じて，指定された桁まで ⓪ にマークをしてください。
例えば, $\boxed{キ}$. $\boxed{クケ}$ に 2.9 と答えたいときは，2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。
例えば, $4\sqrt{2}$, $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$, $6\sqrt{2a}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\dfrac{\sqrt{52}}{4}$, $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

5　その他，係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$

a を実数とする。x についての関数 $f(x)=2x^2+2ax+a^2-a$ について考える。

(1) $y=f(x)$ のグラフの頂点Pの座標はP$\left(\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}a,\ \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}a^2-a\right)$であり，このグラフが x 軸と異なる2点で交わるための必要十分条件は $\boxed{カ}<a<\boxed{キ}$ である。

(2) $0\leqq x\leqq 2$ における $y=f(x)$ の最小値を $m(a)$ とおき，a についての関数 $m(a)$ の最小値を以下のように考える。

まず，a の値によって場合分けすると

$\boxed{ク}<a$ のとき，　$m(a)=a^2-\boxed{ケ}$ であり，

$\boxed{コサ}\leqq a\leqq\boxed{ク}$ のとき，　$m(a)=\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}a^2-\boxed{セ}$ であり，

$a<\boxed{コサ}$ のとき，　$m(a)=a^2+\boxed{ソ}a+\boxed{タ}$ である。

よって，　$a=\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ のとき，$m(a)$ は最小値 $\dfrac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}$ をとる。

(3) a の値が実数全体を変化するとき，$y=f(x)$ のグラフの頂点Pの軌跡の方程式は

$y=\boxed{ニ}x^2+\boxed{ヌ}x$ である。

$\boxed{2}$

(1) 大人 2 人，子ども 6 人が 8 人用の円卓を囲んで座るとき，大人 2 人が隣り合わない並び方は $\boxed{\text{アイウエ}}$ 通りである。

(2) x についての方程式 $x^4 - 14x^2 + 1 = 0$ の実数解は

$x = \boxed{\text{オ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ ， $-\boxed{\text{キ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(3) $0° \leqq \theta < 90°$ とする。$\sin\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ ，$\tan\theta = \dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，θ は $\boxed{\text{セ}}$ を満たす。

$\boxed{\text{セ}}$ にあてはまるものを次の **1** ～ **4** のうちから一つ選べ。

1 $0° \leqq \theta < 30°$

2 $30° \leqq \theta < 45°$

3 $45° \leqq \theta < 60°$

4 $60° \leqq \theta < 90°$

(4) ある正の数 x の小数部分を b とすると，b のとりうる値の範囲は $\boxed{ソ} \leqq b < \boxed{タ}$ である。このとき，$x^2 + b^2 = 40$ が成り立つとすると，$x = \boxed{チ} + \sqrt{\boxed{ツテ}}$ である。

(5) 定数 a，b，c は $a + b + c = 3$，$ab + bc + ca = -2$，$abc = 1$ を満たすとする。

このとき，$a^2 + b^2 + c^2 = \boxed{トナ}$，$a^3 + b^3 + c^3 = \boxed{ニヌ}$ である。

(6) 次の $\boxed{ネ}$，$\boxed{ノ}$，$\boxed{ハ}$ にあてはまるものを下の **1** ～ **4** のうちから一つずつ選べ。

ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

・実数 r_1，r_2 について，r_1，r_2 がともに無理数であることは $r_1 + r_2$ が無理数であるための $\boxed{ネ}$。

・整数 a，b について，a，b がともに3の倍数であることは $a^2 + b^2$ が3の倍数であるための $\boxed{ノ}$。

・正の数 a，b，c について，3辺の長さが a，b，c である三角形が存在することは $a + b > c$ であるための $\boxed{ハ}$。

1　必要条件であるが十分条件ではない

2　十分条件であるが必要条件ではない

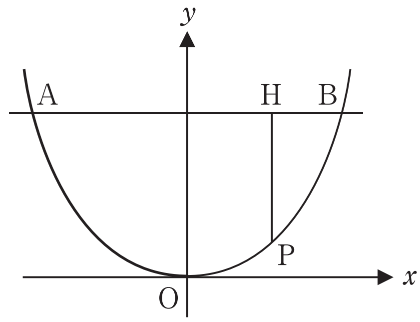
3　必要十分条件である

4　必要条件でも十分条件でもない

$\boxed{3}$

右の図で２点 A, B は $y = \dfrac{1}{4}x^2$ のグラフと $y = 9$ のグラフとの交点である。ただし，点 A の x 座標は負であり，点 B の x 座標は正である。

$y = \dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点で，２点 O, B とは異なる点 P を，２点 O，B の間にとる。点 P から $y = 9$ のグラフに垂線をひき，その垂線と $y = 9$ のグラフとの交点を H とする。



(1) AH : HB = 5 : 1 のとき，△APB を AB を軸に１回転してできる立体の体積を次のように求めた。ただし，円周率を π とする。

２点 A，B の座標は　A ($\boxed{アイ}$, $\boxed{ウ}$)，B ($\boxed{エ}$, $\boxed{オ}$) となる。

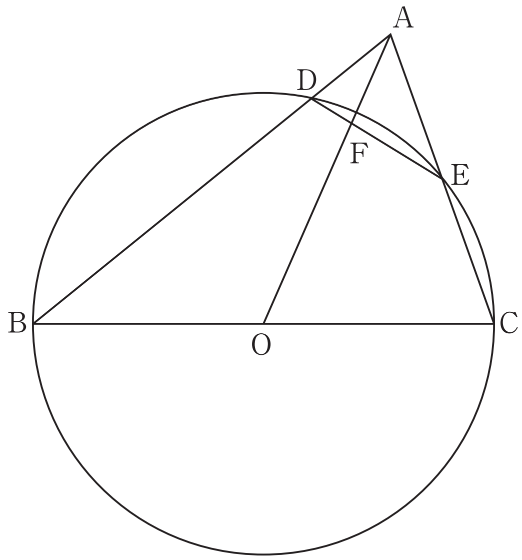
また H ($\boxed{カ}$, $\boxed{キ}$) より，P ($\boxed{ク}$, $\boxed{ケ}$) である。

よって，回転体の体積は $\boxed{コサシ}\ \pi$ である。

(2) AH : HB = 5 : 1 のとき，点 H を通り△APB の面積を２等分する直線の式は $y = \dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}x + \boxed{ソ}$ である。

(3) AH : PH = 3 : 1 のとき，点 H の座標は H $\left(\dfrac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツ}} , \boxed{テ} \right)$ である。

4



右の図のように，BC = 12 cm，AC = 8 cm の△ABC と，BC を直径とする中心 O の円がある。

2 辺 AB，AC と円 O との交点をそれぞれ D，E とし，DE と OA との交点を F とする。

CE = ED のとき，次の問いに答えよ。

(1) △ABE ≡ △CBE を証明せよ。

(2) BD の長さを求めよ。

(3) △ADF ∽ △OEF を証明せよ。

(4) DF の長さを求めよ。